TD3 fiabilité

Exercice 1 :
un dispositif se compose de cinq composants montés en série dont les MTBF respectifs sont de 9540, 15220, 85000, 11200 et 2600heures.
Calculer la probabilité de survie de l'ensemble pour une durée de 1000 heures.

Exercice 2 :
reprendre l'exercice 1 avec quatre composants et 8540, 11450, 5650 et 7300 heures.

Exercice 3 :
le système de réservation d'une agence de voyage se compose de trois micro-ordinateurs connectés en parallèles. Quelle doit être la fiabilité de chaque appareil si l'on souhaite obtenir une fiabilité globale de 0,999 (99,9%) pour l'ensemble du système.

Exercice 4 :
une photocopieuse se compose de 3000 composants, connectés en série et ayant tous la même fiabilité, très élevée, de 0,9998 (99,98%). Calculer la fiabilité de l'appareil. Que devient cette fiabilité si le nombre des composants est divisé par 2 ?

Exercice 5 :
un système de production se compose de 4 machines connectées en série et dont les taux de défaillances, pour 1 000 heures, sont respectivement : 0,052 ; 0,059 ; 0,044 et 0,048. Quelle est la probabilité pour que le système arrive sans défaillance à 4000 heures. Déterminer le MTBF du système.

Exercice 6 :
reprendre l'exercice 5 avec 0,051 ; 0,058 ; 0,043 ; 0,048.

Exercice 7 : reprendre l'exercice 5 avec quatre machines connectées en parallèle.
Exercice 8 :
soit un système de n composants identiques montés en parallèle et ayant tous le même taux de défaillances de 0,05 pour 1000 heures. Calculer le MTBF du système lorsque n varie de 1 à 8. Conclusions ?

Exercice 9 :
un composant électronique de puissance à un taux de panne constant de 0,333 pour 1000 heures de fonctionnement (une défaillance chaque 3000 heures).
a) Quelle est la probabilité pour qu'un composant survive après 3000 heures ?
b) Quelle est la probabilité que le composant dure entre 1000 et 3000 heures ?
c)Quelle est la probabilité que le composant dure 1000 heures de plus après 3000 heures de fonctionnement ?

Exercice 10 : reprendre l'exercice 9 avec $\lambda = 0,25$ et 4000 heures.

Exercice 11 :
Soit quatre composants connectés en série dont les taux de panne pour 1 000 heures sont respectivement : 0,042 ; 0,046 ; 0,052 et 0,057. Quelle est la probabilité pour que le dispositif fonctionne sans défaillance jusqu'à 4 000 heures ? Déterminer le MTBF de l'ensemble.

Exercices corrigés

EXERCICE 1. .

un compresseur industriel a fonctionné pendant 8 000 heures en service continu avec 5 pannes dont les durées respectives sont : 7 ; 22 ; 8,5 ; 3,5 et 9 heures. Déterminons son MTBF.

$$\mathrm{MTBF} = \frac{8000 - (7+22+8{,}5+3{,}5+9)}{5} = \frac{8000-50}{5} = \frac{7950}{5} = 1590\,heures$$

Si λ est supposé constant :

$$\lambda = \frac{1}{\mathrm{MTBF}} = \frac{1}{1590} = 0{,}0006289 = 6{,}289\mathrm{x}10^{-4}\ défaillances\,/\,heure$$

Soit environ 0,0007 défaillance par heure ou 0,7 défaillance pour 1 000 heures.

EXERCICE 2. .

soit un poste de radio constitué de quatre composants connectés en série ; une alimentation R_A = 0,95 ; une partie récepteur R_B = 0,92 ; un amplificateur R_C = 0,97 et un haut-parleur R_D = 0,89. Déterminons la fiabilité R_S de l'appareil :

$R_S = R_A.R_B.R_C.R_D$ = 0,95.0,92.0,97.0.89 = 0,7545 (soit une fiabilité de 75% environ)

EXERCICE 3. .

soit une imprimante constituée de 2 000 composants montés en série supposés tous de même fiabilité, très élevée, R = 0,9999. Déterminons la fiabilité de l'appareil.

$R_S = R^n = 0{,}9999^{2000}$ = 0,8187 (soit une fiabilité globale de 82% environ)

Si on divise par deux le nombre des composants, la fiabilité devient :

RS = $0{,}9999^{1000}$ = 0,9048 (environ 90,5%)

Si on souhaite obtenir une fiabilité de 90% pour l'ensemble des 2 000 composants montés en série, déterminons la fiabilité R que devrait avoir chaque composant :

RS = 0,9000 = R^{2000}

Expression que l'on peut encore écrire, à partir des logarithmes népériens, sous la forme :

Ln R_S = Ln 0,9 = 2 000.Ln R

d'où, R = 0,999945

EXERCICE 4. .

une machine de production, dont la durée totale de fonctionnement est de 1 500 heures, se compose de quatre sous-systèmes A, B, C et D montés en série et ayant les MTBF respectifs suivants : MTBF_A = 4 500 heures ; MTBF_B = 3 200 heures ; MTBF_C = 6 000 heures et MTF_D = 10 500 heures. Déterminons les taux de pannes et le MTBF global (MTBF_S).

a) Taux de panne et fiabilité de l'ensemble

λ_A = 1/$MTBF_A$ = 1/4500 = 0,000222 défaillance par heure = 0,222 défaillance pour 1 000 heures.
λ_B = 1/$MTBF_B$ = 1/3200 = 0,000313 défaillance par heure = 0,313 défaillance pour 1 000 heures.
λ_C = 1/$MTBF_C$ = 1/6000 = 0, 000167 défaillance par heure = 0,167 défaillance pour 1 000 heures.
λ_D = 1/$MTBF_D$ = 1/10500 = 0,000095 défaillance par heure = 0,095 défaillance pour 1 000 heures.
Taux de défaillance global : $\lambda_S = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D$ = 0,000797 (par heure).
La fiabilité globale R_S de la machine pour les 1 500 heures s'écrit :

$$\boxed{R_S = e^{-\lambda_S . t}}$$

RS = $e^{-0,000797.t}$ = $e^{-0,000797.(1500)}$ = $e^{-1,196}$ = 0,303 (30,3%)

Remarque : si on divise par deux la durée de fonctionnement de la machine (750 heures) :
RS(750) = $e^{-0,000797.750}$ = 0,550 (55%)

b) MTBF de l'ensemble

MTBFS = 1/λ_S = 1/ 0,000797 = 1 255
Soit un temps de 1255 heures entre deux défaillances.

c) Quelle est la probabilité pour que le système parvienne sans panne jusqu'à 5 000 heures ?
RS(5000) = $e^{-0,000797.5000}$ = 0,0186 (environ 2%)

EXERCICE 5. .

trois dispositifs A, B et C de même fiabilité $R_A = R_B = R_C$ = 0,75 sont connectés en parallèle.

a) Déterminons la fiabilité de l'ensemble.

RS = 1 - $(1 - 0,75)^3$ = 1 - $(0,25)^3$ = 1 - 0,0156 = 0,984.
Si on réduit à deux le nombre de dispositifs : R_S = 1 - $(0,25)^2$ = 0,9375.
Si on met quatre dispositifs en parallèle : R_S = 1 - $(0,25)^4$ = 0,9961.

b) Quel nombre de dispositifs en parallèle faudrait-il mettre pour avoir une fiabilité globale de 0,999 (99,9%) ?
RS = 0,999 = 1 - $(0,25)^n$
d'où : $0,25^n$ = 1 - 0,999 = 0,001.

En utilisant les logarithmes népériens :
n.Ln(0,25) = Ln(0,001)
n.(-1,386) = (-6,908)
n = 4,983.
Ce qui implique d'avoir au moins cinq dispositifs en parallèle.

c) Si on souhaite obtenir une fiabilité globale de 99% avec trois dispositifs seulement, quelle devrait être la fiabilité R' de chacun de ces dispositifs ?
RS = 0,990 = 1 - $(1 - R')^3$ d'où :
$(1-R')^3$ = 1 - 0,990 = 0,010

d) Ln(1 - R') = Ln(0,010) = (-4,605)
Ln(1 -R') = (-1,535) d'où :
(1 -R') = 0,2154
R' = 0,7846 (soit une fiabilité minimale de 78,45%)

EXERCICE 6. .

la fiabilité des trois composants identiques A, B et C est de 0,65 ; celle de D de 0,96 ; celle de E de 0,92 ; celle de G de 0,87 ; celle de F de 0,89 et celle de H de 1 (100%).
La fiabilité globale R est ici exprimée par :

$R = [1 - (1-0,65)^3].[0,96].[1 - (1-0,92.0,87)(1-0,89.1)]$
$= 0,957.0,96.0,978 = 0,8986$ (environ 90%)

Remarque : si λ est supposé constant pour chaque composant, on obtient un MTBF de 257,2 heures.

EXERCICE 7. .

supposons 8 composants identiques testés sur une durée de 550 heures dans les mêmes conditions. Le premier composant tombe en panne, de manière irréparable, après 65 heures de fonctionnement, le deuxième après 115 heures, le troisième après 135 heures, le composant 4 après 340 heures, le composant 5 après 535 heures, les trois autres composants continuent de fonctionner normalement. Alors :

$$\lambda = \frac{5}{65 + 115 + 135 + 340 + 535 + 550 + 550 + 550} = \frac{5}{2840} = 0,00176$$

EXERCICE 8. .

considérons une machine automatisée fonctionnant pendant un cycle opératoire de 155 heures. Pendant cette période le système subit 5 défaillances à des moments différents, suivies d'une réparation puis d'une remise en activité. Les durées respectives des défaillances sont 2,5 heures ; 8,3 heures ; 3,7 heures ; 1,8 heures et 7,5 heures.

$$\lambda = \frac{5}{155 - (2,5 + 8,3 + 3,7 + 1,8 + 7,5)} = \frac{5}{131,2} = 0,0381$$

EXERCICE 9. .

Quelle est la fiabilité d'un dispositif travaillant pendant une période de temps égale au MTBF ?
Pour ce cas la probabilité de survie est :

$R(t) = R(MTBF) = e^{-MTBF/MTBF} = e^{-1} = 1/e = 1/2,718 = 0,3679$ (environ 37%)

EXERCICE 10. .

un composant électronique de puissance a un taux de panne constant de 0,07 pour 1 000 heures de fonctionnement.

a) Quelle est la probabilité pour qu'il survive 5000, 1000 et 2000 heures ?
L'unité de temps est 1000 heures. A 5000 heures correspond t = 5

$P(t < 5\,000) = R(t) = R(5) = e^{-\lambda.t} = e^{-(0{,}07).t} = e^{-(0{,}07).(5)} = 0{,}705$ (environ 70,5%),
pour 1 000 heures (t = 1) : $R(1) = e^{-0{,}07.1} = 0{,}932$ (93,2%),
pour 2 000 heures (t = 2) : $R(2) = e^{-0{,}07.2} = 0{,}869$ (86,9%).

b) Quelle est la probabilité pour que le composant dure entre 2 000 et 5 000 heures ?

$P(2000 \leq t \leq 5000) = F(5) - F(2) = R(2) - R(5) = 0{,}869 - 0{,}705 = 0{,}164$ (16,4%).

c) Quelle est la probabilité pour que le composant dure 1 000 heures de plus après 5 000 heures de fonctionnement ?
C'est une probabilité conditionnelle de forme générale : $P(t > b / t > a) = P(t > b-a)$

$P(t > 6 / t > 5) = P(t > 6-5) = P(t>1) = R(1) = 0{,}932$ (93,2%)

Remarque : lorsque le taux de panne est constant, les chances d'avoir une défaillance restent toujours les mêmes. Que le composant soit neuf ou non, qu'il ait déjà servi longtemps ou non, sa fiabilité reste la même.

EXERCICE 11. .

soit quatre composants connectés en série dont les taux de panne pour 1000 heures sont respectivement : 0,052 ; 0,056 ; 0,042 et 0,047. Quelle est la probabilité pour que le dispositif fonctionne sans défaillance jusqu'à 5000 heures ?

$R(5) = e^{-(0{,}052+0{,}056+0{,}042+0{,}047).t} = e^{-0{,}197.5} = e^{-0{,}985} = 0{,}373.$

Le taux de panne de l'ensemble est :

$\lambda = 0{,}052+0{,}056+0{,}042+0{,}047 = 0{,}197.$

Soit un taux de défaillances de 19,7% pour 1000 heures.

Le MTBF de l'ensemble est :

$MTBF = 1/\lambda = 1/0{,}197 = 5{,}08$

Soit un temps moyen entre défaillances d'environ 5000 heures.