Correction TD N°2 Traitement du signal

Exercice 1:

1. La longueur de ce signal est : l = 4 – (-1) + 1 = 6 .
2. $x[n] = 1.\delta[n + 1] + 2.\delta[n] - 1.\delta[n - 1] + 3.\delta[n-2] + 1.\delta[n - 3] + 2.\delta[n - 4]$
3.

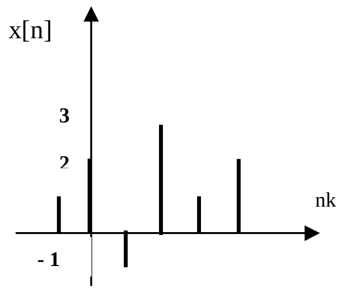
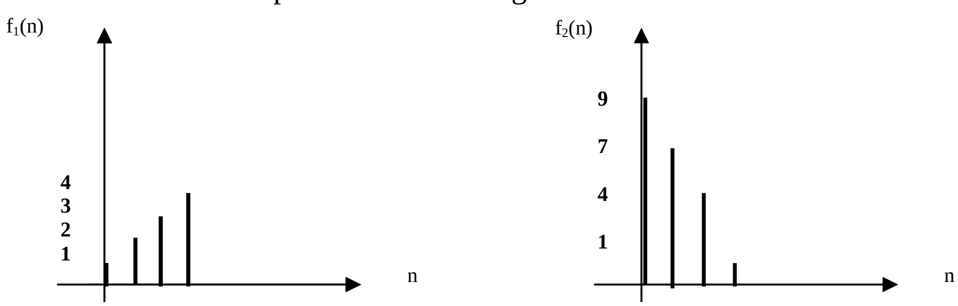


Figure 1 : Représentation du signal discret x [n].

Exercice 2:

- **Correction :**Soient la représentation des signaux discrets:



✓ **Calcul du produit de convolution par la méthode théorique :**

Figure 2 : les deux signaux discrets $f_1(n)$ et $f_2(n)$.

***Nombre d'impulsion N_y de y[n] :**

$N_y = N_{f1} + N_{f2} - 1 = 4 + 4 - 1 = 7$

***Calcul des valeurs de n de y :**

$n \geq 0 + 0 = 0$

$n \leq 3 + 3 = 6 \qquad \Rightarrow \qquad 0 \leq n \leq 6$

D'ou

$$\boxed{y[n] = \sum_{p=0}^{p=3} f_1[p].f_2[n-p] \quad \text{avec} \quad 0 \leq n \leq 6}$$

-pour n=0 $y[0] = f_1(0).\ f_2(0) = 1.\mathbf{9} = \mathbf{9}$

-pour n=1 $y[1] = f_1(0).f_2(1) + f_1(1).f_2(0) = 1.7 + 2.9 = \mathbf{25}$

-pour n= 2 $y[2] = f_1(0).f_2(2) + f_1(1).f_2(1) + f_1(2).f_2(0) = 1.4 + 2.7 + 3.9 = \mathbf{45}$

-pour n= 3 $y[3] = f_1(1).f_2(3) + f_1(2).f_2(2) + f_1(3).f_2(1) = 1.1 + 2.4 + 2.7 + 4.9 = \mathbf{66}$

-pour n= 4 $y[4] = f_1(0).f_2(3) + f_1(1).f_2(2) + f_1(2).f_2(1) + f_1(3).f_2(0) = 2.1 + 3.4 + 4.7 = \mathbf{42}$

-pour n= 5 $y[5] = f_1(2).f_2(3) + f_1(3).f_2(2) = 3.1 + 4.4 = \mathbf{19}$

-pour n= 6 $y[6] = f_1(3).f_2(3) = 4.1 = \mathbf{19}$

D’où le résultat suivant :

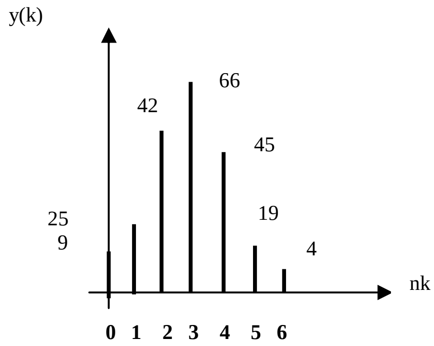
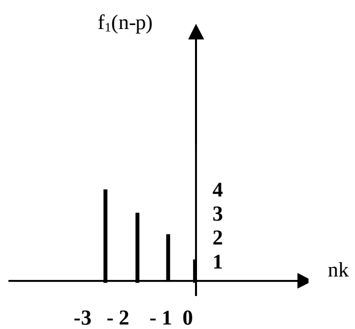
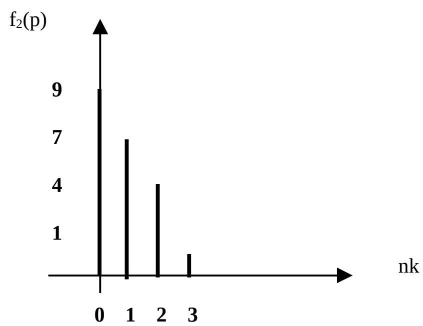


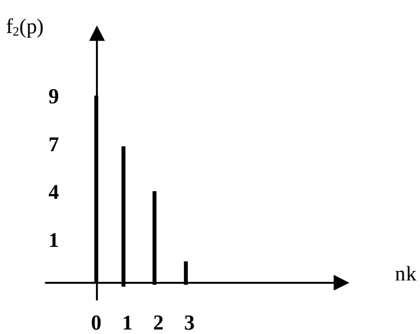
Figure 3 : le produit de convolution des signaux discret f_1 (n) et f_2 (n).

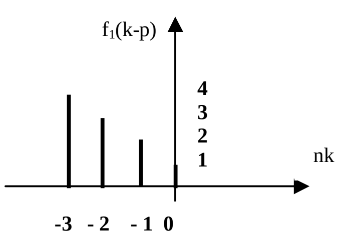
✓ **Calcul du produit de convolution par la méthode graphique :**





<u>1er cas : pour n =0</u>

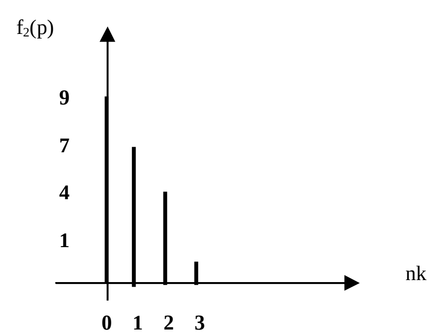


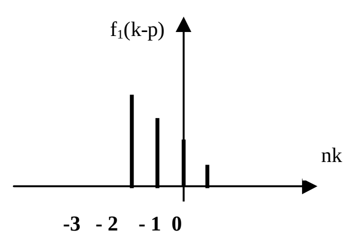


y(0) = 9.1 = 9

D’où **y(0) = 9**

<u>2ème cas : pour n =1</u>

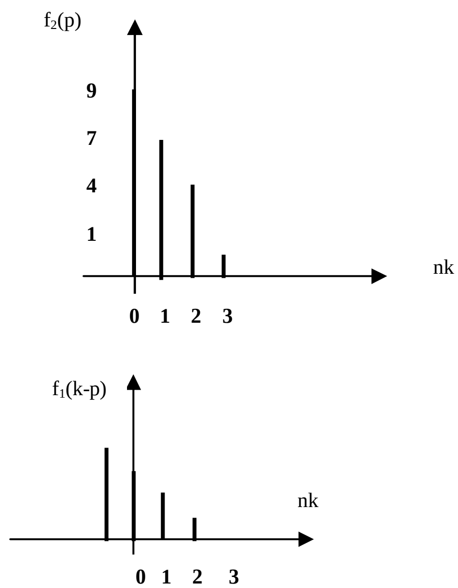




y(1) = 9.2 + 7.1 = 25

D’où y(1) = 25

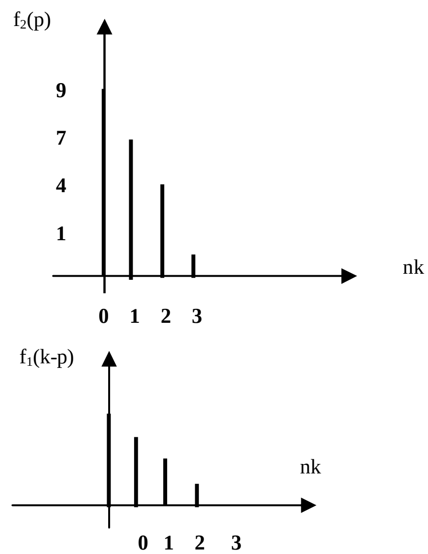
3ème cas : pour n = 2



y(n) = 9.3 + 7.2 + 4.1 = 42

D'où y(2) = 42

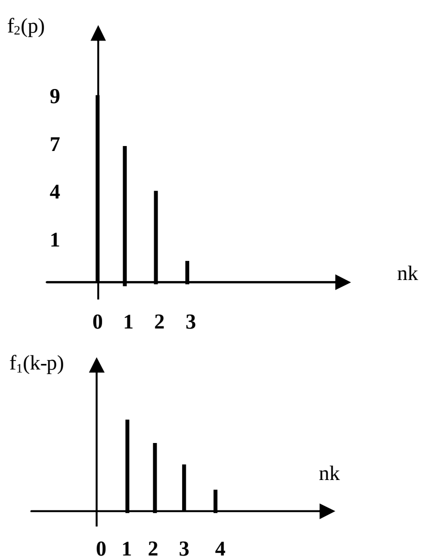
4ème cas : pour n = 3



y(n) = 9.4 + 7.3 +4.2+1 = 66

D'où y(3) = 66

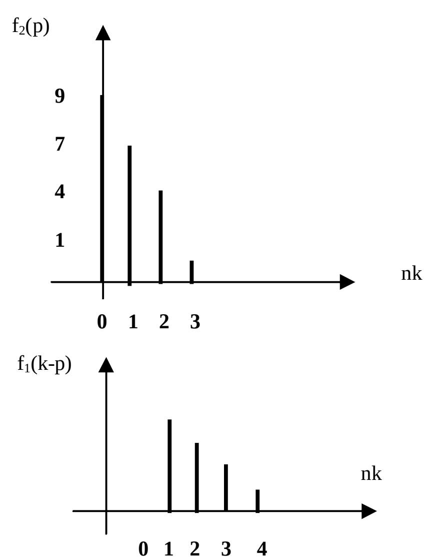
5ème cas :n= 4



y(5) = 7.4 + 4.3 + 1.2 = 45

D'où y(5) = 45

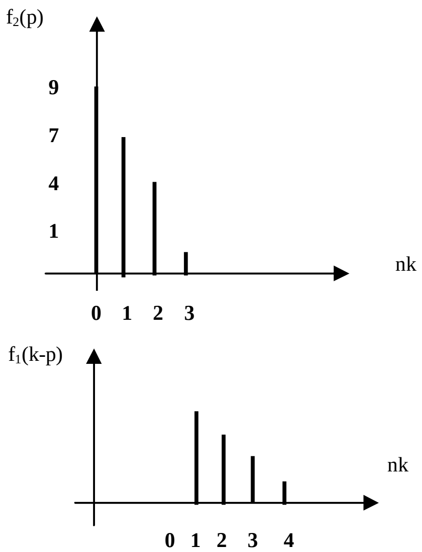
6ème cas : n =5



y(6) = 4.4 + 1.3 = 19

D'où y(6) = 19

<u>7ème cas :n= 6</u>

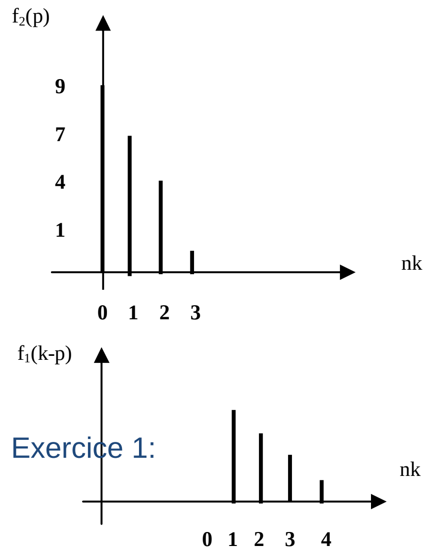


$y(6) = 4.\ 1\ = 4$

<u>D'où y(6) = 4</u>

<u>8ème cas :n= 7</u>

Exercice 1:



Pas d'intersection entre les deux signaux.

<u>D'où y(7) = 0</u>

Figure 4 : les cas possibles pour avoir le produit de convolution des signaux discrets $f_1(n)$ et $f_2(n)$

La représentation du produit de convolution y(k) est :

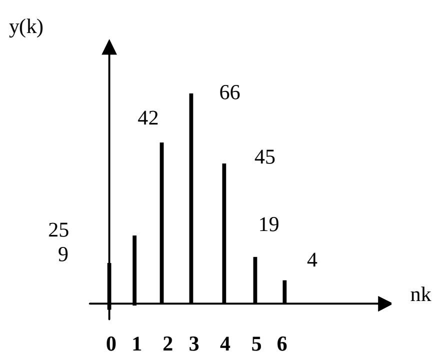


Figure 5 : Représentation du produit de convolution des deux signaux.

Exercice 3:

1- C'est un signal rectangulaire d'amplitude A= 1v et de durée N+1

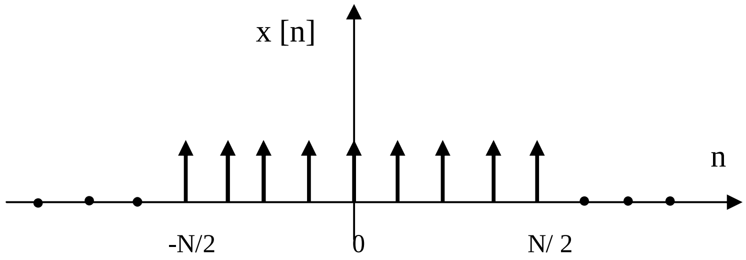


Figure 6 : Représentation du signal rectangulaire discret.

Le signal en fonction d'échelon :

x[n] = u [n + N/2] + u [n –(N/2 +1)]

2- La TFTD de x[n] est :

$$X(f) = \sum_{n\to-\infty}^{+\infty} x[n].e^{-2j\pi\frac{nf}{Fe}} = \sum_{n\to-\infty}^{n\to+\infty} x[n].e^{-2j\pi nfTe}$$

Avec Te = 1 s d'où $X(f) = \sum_{n=-N/2}^{n=N/2} .e^{-2j\pi nf}$

X(f) est la somme de N + 1 termes d'une suite géométrique de raison $e^{-2j\pi nf}$ et de premier terme $e^{j\pi Nf}$.

$$X(f) = e^{j\pi Nf} \frac{1-e^{-j2\pi(N+1)f}}{1-e^{-j2\pi f}} = \frac{e^{j\pi Nf} - e^{j\pi(N-2N-2)f}}{1-e^{-j2\pi f}} = \frac{e^{j\pi(N+1-1)f} - e^{-j\pi(N+1+1)f}}{1-e^{-j2\pi f}}$$

$$= \frac{e^{-j\pi f}\left(e^{j\pi(N+1)f} - e^{-j\pi(N+1)f}\right)}{e^{-j\pi f}.e^{j\pi f} - e^{-j\pi f}.e^{-j\pi f}} = \frac{\left(e^{j\pi(N+1)f} - e^{-j\pi(N+1)f}\right)}{e^{j\pi f} - e^{-j\pi f}}$$

$$= \frac{\left(e^{j\pi(N+1)f} - e^{-j\pi(N+1)f}\right)/2j}{(e^{j\pi f} - e^{-j\pi f})/2j} = \frac{\sin(\pi f(N+1))}{\sin(\pi f)}$$

D’où

$$\boldsymbol{X(f)} = \frac{\mathbf{sin(\pi f(N+1)}}{\mathbf{sin\ (\pi f)}}$$

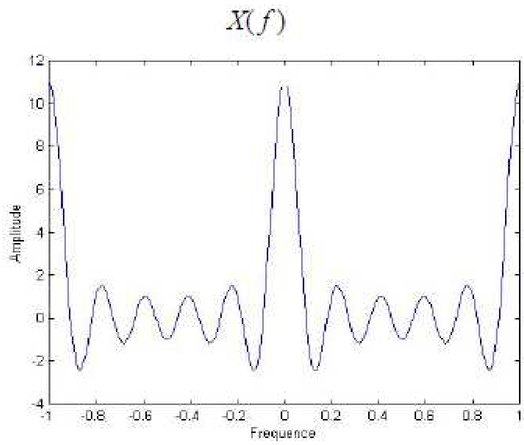


Figure (7) : Spectre du signal rectangulaire discret.

Exercice 4:

- La transmittance est le rapport entre la transformée en z de la sortie et la transformée en z de l’entrée.

$$T(z) = \frac{1+2.z^{-1}+z^{-3}}{2+z^{-1}} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Soit , en faisant le produit en croix.

$$(1+2.z^{-1}+z^{-3}).X(z) = (2+z^{-1}).Y(z)$$

Ce qui donne, en isolant Y(z) :

$$2.Y(z) = -Y(z).z^{-1}+X(z)+2.X(z).z^{-1}+X(z)z^{-3}$$

En utilisant la règle de passage au domaine temporel, l’algorithme s’écrit :

$$2.y_n = -y_{n-1}+x_n+2.x_{n-1}+x_{n-2}$$

Soit, enfin :

$$y_n = -0,5.y_{n-1}+0,5.x_n+x_{n-1}+0,5.x_{n-2}$$