Chapitre I : Etude et analyse des circuits en courant continu

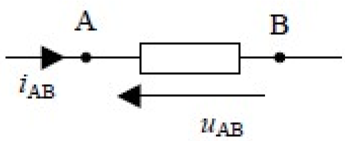
1 Dipôles électriques

1.1 Définition

Un dipôle est un élément d'un circuit électrique comportant deux bornes. Il impose une relation entre la tension u à ses bornes et l'intensité du courant i qui le traverse. La fonction f liant u à i : $u = f(i)$ imposée par le dipôle est appelée *caractéristique* du dipôle.

1.2 Dipôles passifs

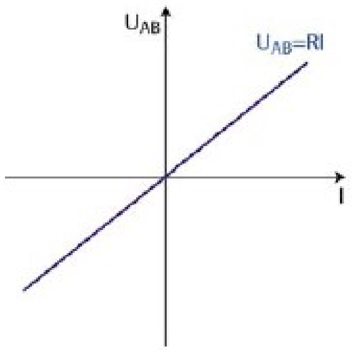
Un dipôle passif est un dipôle **récepteur** qui transforme toute l'énergie qu'il reçoit sous forme de chaleur.



1.2.1 Le résistor (loi d'Ohm)

Un résistor est un dipôle linéaire passif qui si on lui applique entre ses bornes A et B une d.d.p. $U_{AB} = V_A - V_B$, il sera parcouru par un courant I tel que $U_{AB} = I.R$. R est appelée la résistance du dipôle. Cette loi entre le courant et la tension dite loi d'Ohm est empirique et est vérifiée par la plupart des dipôles passifs en régime continu. R s'exprime en Ohm Ω.

La caractéristique de transfert est une droite linéaire de pente R :



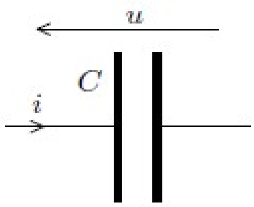
L'inverse de la résistance est la *conductance*, souvent notée *G*, et s'exprime en *Siemens* (abréviation S) : $G = \frac{1}{R}$.

La difficulté avec laquelle les électrons circulent dans le résistor s'accompagne d'un échauffement : c'est ce qu'on appelle l'*effet Joule*. Cet échauffement, du point de vue du circuit électrique, est une perte d'énergie par dissipation thermique. Pour une résistance *R*, et un courant *i* et une tension *U*, cette puissance P_J perdue dans le résistor est égale à :

$$P_J = R.I^2 = U.I = \frac{U^2}{R}$$

1.2.2 Le condensateur

Il est constitué de deux armatures conductrices séparées par un isolant. En régime continu le condensateur est chargé par la d.d.p. appliquée à ses bornes et il se comporte comme un interrupteur ouvert : $i = 0$.



On définit sa *capacité C* comme le rapport de la charge accumulée sur la tension appliquée à ses bornes : $C = \frac{q}{u}$

L'unité de *C* est le Farad (F).

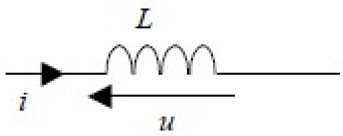
Or le courant est la dérivée de la charge par rapport au temps : $i(t) = \frac{dq}{dt}$

donc il vient : $i(t) = C \cdot \frac{du}{dt}$ en régime transitoire (charge / décharge).

L'énergie stockée dans le condensateur est $E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$ avec $(u(0) = 0)$.

1.2.3 La bobine

Elle est constituée de spires qui lorsqu'elles sont parcourues par un courant continu se comportent comme un court-circuit.



Parcourue par un courant variable, la tension aux bornes est : $u = L \cdot \frac{di}{dt}$

L : inductance en henry (H).

L'énergie stockée dans la bobine est $E = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$ avec $(i(0) = 0)$.

L'intérêt de ces deux dipôles réside dans les propriétés en régime transitoire ou permanent sinusoïdal. Ils sont capables alors d'emmagasiner de l'énergie puis de la restituer ultérieurement. Cependant la puissance moyenne dissipée est toujours nulle.

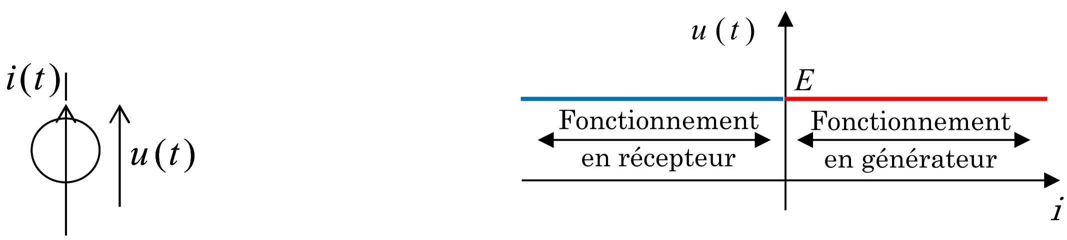
1.3 Dipôles actifs

On s'intéresse ici aux dipôles générateurs de tension et de courant.

1.3.1 Générateur de tension

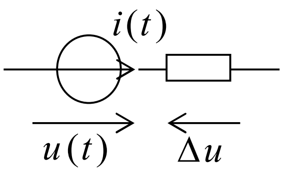
a- Générateur de tension idéal :

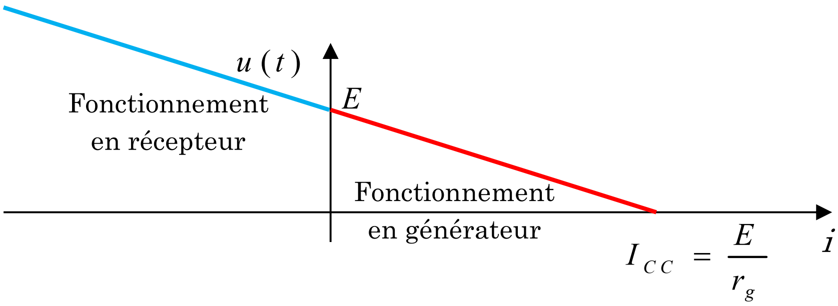
C'est un dipôle aux bornes duquel la tension reste constante quelle que soit l'intensité du courant délivré. Cette tension est appelée force électromotrice (f.é.m.). La caractéristique $u = f(i)$ est une droite horizontale.



b- Générateur de tension réel :

C'est un dipôle tel que, lorsque l'intensité du courant qu'il délivre croît la tension à ces bornes décroît. La chute de tension est proportionnelle à i ce qui est caractéristique d'une résistance.





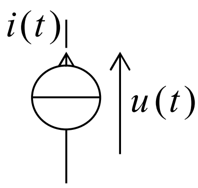
$$\Delta u = E - r_g \cdot i$$

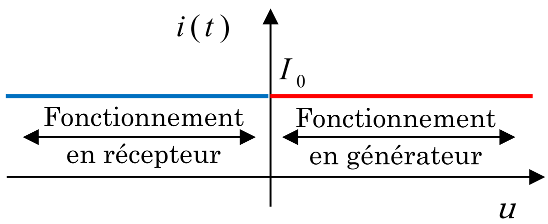
La caractéristique d'un générateur de tension réel est une droite ne passant pas par l'origine de pente négative.

1.3.2 Générateur de courant

a- Générateur de courant idéal :

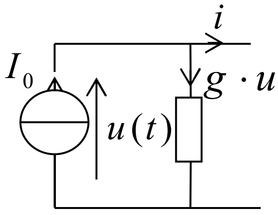
C'est un dipôle débitant un courant constant I_0 (courant électromoteur c.é.m.) indépendant de la tension à ses bornes. La caractéristique $i = f(u)$ est une droite horizontale. Lorsque le générateur fonctionne comme générateur dans un circuit la tension est comptée positive et orientée comme le courant.

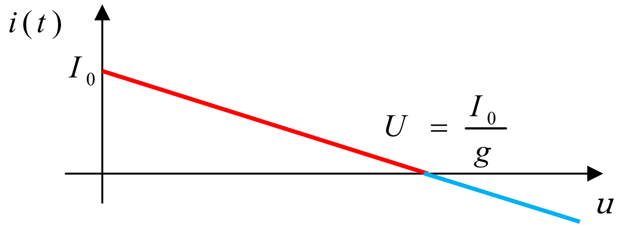




b- Générateur de courant réel :

C'est un dipôle à la sortie duquel il y a une chute de courant lorsque la tension à ces bornes croît. Cette chute de courant Δi est proportionnelle à u et elle est associée à une résistance de conductance g telle que $\Delta i = -g \cdot u$, l'intensité délivrée sera alors égale à : $i = I_0 - g \cdot u$ avec $g = \frac{1}{r}$ conductance du générateur. Le modèle équivalent, est l'association en parallèle d'un générateur de courant idéal et d'une résistance r.





La caractéristique $i = f(u)$ est une droite ne passant pas par l'origine, de pente négative. Lorsque la tension $u = 0$, c'est à dire lorsque ses bornes sont court-circuitées le courant débité par le générateur est égal au c.é.m.. D'autre part lorsque la charge présente une résistance infinie (autrement dit lorsque le générateur est en circuit ouvert $i = 0$ alors on relève aux bornes du générateur une tension $r \cdot I_0$.

2 Lois de L'électrocinétique

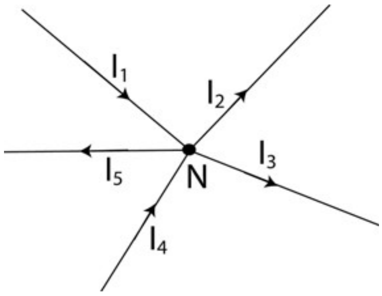
2.1 Définitions

- Un circuit est un ensemble de composants ou dipôles reliés par des fils de connexion.
- Un nœud est un point de jonction entre trois fils de connexion minimum.
- Une branche est constituée par un ensemble de dipôles montés en série entre deux nœuds et parcourus par le même courant.
- Une maille est un ensemble de branches formant un contour fermé. Chaque nœud du contour est traversé une seule fois.

2.2 Lois de Kirchhoff

Gustar Kirchhoff : physicien allemand (1824-1887).

2.2.1 Loi des nœuds



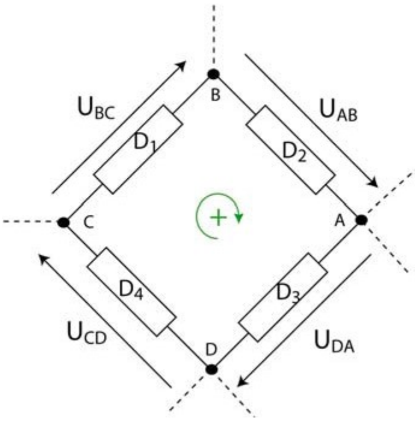
La somme algébrique des courants vers le nœud est nulle.

$\sum \text{courants entrant} - \sum \text{courants sortants} = 0$

En réalité on ne sait pas le sens correct du courant pour cela on lui donne un sens arbitraire. Après le calcul, les courants obtenus négatifs ont des sens inversés.

Dans l'exemple ci contre : $I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$

2.2.2 Loi des mailles



Cette loi est une conséquence de l'additivité des tensions. Les tensions explicitées en termes de différences de potentiels nous permettent d'écrire pour la maille considérée et orientée de façon arbitraire :

$(V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0.$

Soit encore : $U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0.$

Cette dernière relation ne préjuge en rien de la nature des dipôles de la maille. D'où la relation généralisée pour une maille orientée :

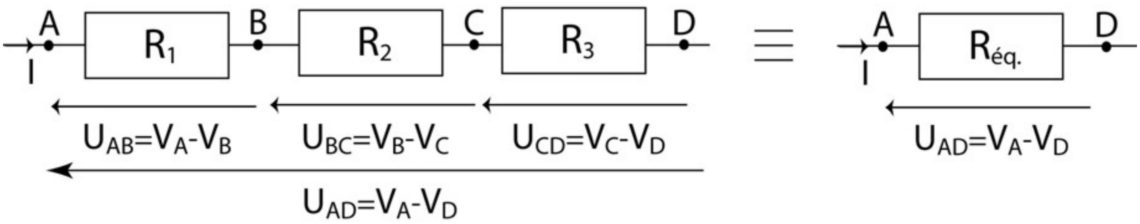
$\sum \text{tensions de même sens positif} - \sum \text{tensions de sens opposé} = 0$

2.2.3 Association des dipôles

En conséquence directe des lois de Kirchhoff, l'étude du comportement des dipôles associés en série et/ou en parallèle est devenu aisé.

a- Cas des résistors

- **Association série**



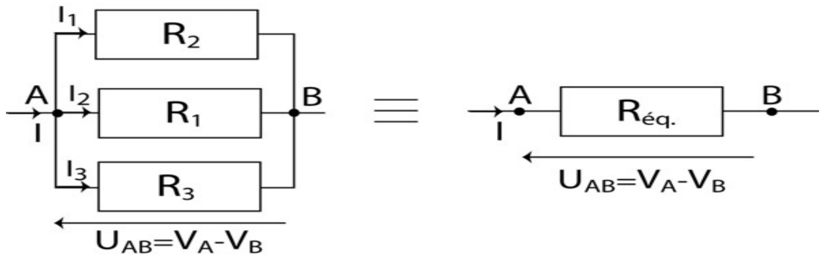
Les résistances R_i sont toutes traversées par le même courant I et ont une seule borne en commun avec un autre dipôle. La tension U_{AD} est égale à la somme des tensions aux bornes de chacun des dipôles :

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} = R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I = \left(R_1 + R_2 + R_3\right) \cdot I = R_{éq} \cdot I$$

D'où la résistance équivalent à l'association de ces dipôles : $R_{éq} = R_1 + R_2 + R_3$.

Dans le cas ou N dipôles sont associés en série, la résistance équivalente s'exprime : $R_{éq} = \sum_{i=1}^{N} R_i$.

- **Association parallèle**



L'association de dipôles en parallèle se caractérise par le fait que tous les dipôles ont leurs bornes en commun deux à deux. En conséquence de quoi la tension aux bornes de chacun des dipôles est identique.

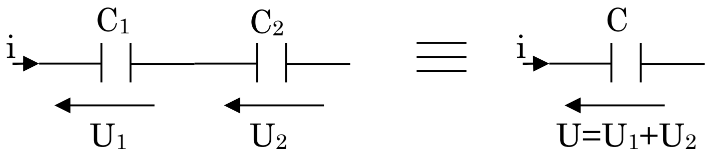
Le courant I qui alimente ces dipôles branchés en parallèle va alors se repartir dans les dipôles tel que :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \left(\frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} + \frac{U_{AB}}{R_3}\right) = U_{AB} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = U_{AB} \cdot \frac{1}{R_{éq}}$$

D'où $\frac{1}{R_{éq}} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$ et en général : $\frac{1}{R_{éq}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i}$

b- **Cas des condensateurs**

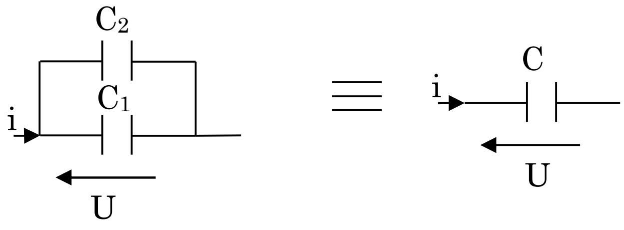
- **Association série**



Ona $\frac{i}{C_1}=\frac{dU_1}{dt}$ et $\frac{i}{C_2}=\frac{dU_2}{dt}$ de plus $\frac{i}{C}=\frac{dU}{dt}=\frac{dU_1}{dt}+\frac{dU_2}{dt}$

$\frac{i}{C}=\frac{i}{C_1}+\frac{i}{C_2}$ soit $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}$

- Association parallèle

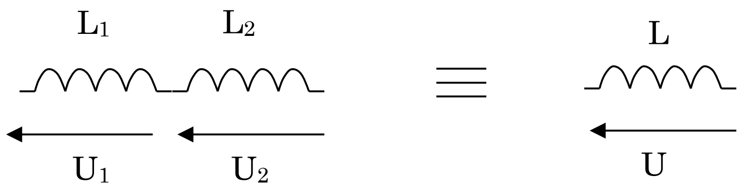


On a $i_1=C_1\frac{dU}{dt}$ et $i_2=C_2\cdot\frac{dU}{dt}$, de plus $i=i_1+i_2=\left(C_1+C_2\right)\cdot\frac{dU}{dt}=C\cdot\frac{dU}{dt}$

Ceci montre que $C=C_1+C_2$

c- Cas des bobines

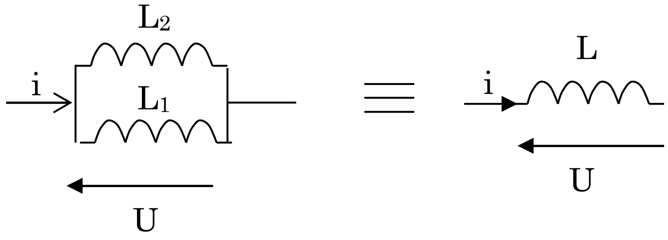
- Association série



On a $L_1\frac{di}{dt}=U_1$ et $L_2\frac{di}{dt}=U_2$ de plus $U=U_1+U_2=\left(L_1+L_2\right)\cdot\frac{di}{dt}=L\cdot\frac{di}{dt}$

Soit donc en équivalence : $L=L_1+L_2$

- Association parallèle



On a $\frac{U}{L_1}=\frac{di_1}{dt}$ et $\frac{U}{L_2}=\frac{di_2}{dt}$ de plus $\frac{U}{L}=\frac{di}{dt}=\frac{di_2}{dt}+\frac{di_1}{dt}=\frac{U}{L_1}+\frac{U}{L_2}$

Soit finalement : $\frac{1}{L}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}$